

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
Кафедра оптики и нанофотоники

**ГАЙНУТДИНОВ Р.Х., КАЛАЧЕВ А.А., МУТЫГУЛЛИНА А.А.,
ХАМАДЕЕВ М.А., САЛАХОВ М.Х.**

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АТОМОВ С ПОЛЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И РЕЗОНАНСНАЯ ФЛУОРЕСЦЕНЦИЯ

Учебно-методическое пособие.

Казань – 2013

*Печатается по решению
учебно-методической комиссии Института физики КФУ
Протокол № 7 от 18 ноября 2013 г.*

*заседания кафедры оптики и нанофотоники
Протокол № 28 от 02 ноября 2013 г.*

Рецензент:

доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой образовательных технологий в физике **Л.А. Нефедьев**

В11 Взаимодействие атомов с полем лазерного излучения и резонансная флуоресценция / Гайнутдинов Р.Х., Калачев А.А., Мутыгуллина А.А., Хамадеев М.А., Салахов М.Х. – Казань: Казан. ун-т, 2013. – 32 с.

Данное пособие написано для магистрантов 1 года обучения Института физики для изучения теоретических вопросов по дисциплинам «Взаимодействие электромагнитного поля с атомами и наноструктурами», «Квантовая физика», «Квантовая оптика».

Рассматривается явление резонансной флуоресценции. Дается изложение таких вопросов, как формализм «одетых» состояний, КЭД поправок к энергиям «одетых» состояний, приближение вращающейся волны, которое широко используется в квантовой оптике. Основное внимание уделяется разъяснению влияния на процессы резонансной флуоресценции взаимодействия атомов с вакуумными модами.

1. Введение

Квантовая оптика (КО) относится к наиболее быстро развивающимся и перспективным в плане практических приложений областям современной науки [1]. По существу квантовая оптика является одной из эффективных теорий, основанных на фундаментальных принципах квантовой электродинамики (КЭД). Как и в любой эффективной теории, в квантовой оптике явно учитываются только степени свободы, существенные для явлений, которые она описывает. Например, атомы часто рассматриваются в рамках двух- или трехуровневой модели, а фотоны учитываются лишь низкоэнергетические, с энергиями порядка разности энергетических уровней атомов. Особенностью такой эффективной теории является то, что она позволяет описывать временную эволюцию квантовых систем, не прибегая к теории возмущений. Это является чрезвычайно важным, поскольку, как хорошо известно, в КЭД ультрафиолетовые (УФ) расходимости можно устранить в S -матрице и функциях Грина, а не в величинах, характеризующих временное развитие процессов. Конечно, КЭД поправки, обусловленные степенями свободы, которые явно не учитываются в квантовой теории (например, наличие высокоэнергетических фотонов или электрон-позитронных пар), должны каким-то образом учитываться. Общепринятой точкой зрения является то, что эти поправки являются столь же пренебрежимо малыми, как в нерелятивистской теории атома. Однако, во многом эта точка зрения основана на аналогии с атомной физикой, тогда как до сих пор эта проблема в полной мере не исследована. В какой-то мере этот пробел был восполнен в работах [2-6], в которых исследовался лэмбовский сдвиг в атомах, «одетых» интенсивным лазерным полем. В этих работах было показано, что, хотя лэмбовский сдвиг в атоме водорода, «одетом» интенсивным лазерным полем, отличается от лэмбовского сдвига в атомах в отсутствие лазерного поля, это отличие является несущественным. Правда, в этих работах *априори* предполагалось, что КЭД поправки к энергетическим уровням атомов, «одетых» лазерным полем, являются малыми, и, подобно обычным атомам, их можно определить с помощью разложения по α . Однако, в случае «одетых» состояний взаимодействие атома с собственным полем излучения, приводящее к лэмбовскому сдвигу, принципиально отличается от такого

взаимодействия в случае обычных атомов. Дело в том, что при определенной интенсивности лазерного поля расстояние между энергетическими уровнями «одетых» состояний может быть сопоставимым с энергией взаимодействия атома с вакуумом, связанного с безизлучательными переходами. Такие переходы возможны благодаря тому, что полный момент J , его проекция J_z и четность имеют одинаковые значения для этих состояний. В этом случае взаимодействие атома с вакуумом становится эффективно сильным и, как следствие, теория возмущений становится неприменимой. Следует отметить, что такой эффект может иметь место только в случае атома, находящегося под воздействием интенсивного лазерного излучения. Энергия взаимодействия атома (находящегося в обычных условиях) с вакуумом, связанная с безизлучательными переходами, пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием между энергетическими уровнями состояний с одинаковыми J , J_z и четностью. Впервые эта проблема была рассмотрена в работе [3], где было показано, что лэмбовский сдвиг энергетических уровней «одетых» состояний необходимо вычислять непертурбативно и отличие определенного таким образом лэмбовского сдвига от «тривиального» является очень существенным.

При описании КЭД поправок к результатам, полученным в рамках квантовой оптики, до сих пор основное внимание уделялось сдвигу энергетических уровней атомов. Что касается естественной ширины уровней, определяющей скорость распада атомных состояний и поэтому играющей исключительно важную роль в квантовой оптике (она входит во все кинетические уравнения), то для ее описания используется значение, определяемое в КЭД в лидирующем порядке. Поэтому, несмотря на то, что даже в лидирующем порядке естественная ширина линий имеет порядок $Z^3\alpha^5$, в квантовой оптике она не рассматривается как КЭД поправка. К поправкам относятся только следующие за лидирующим члены разложения выражения для естественной ширины по степеням α , которые в КЭД выводятся в рамках теории возмущений. Считается, что эти поправки слишком малы, чтобы оказывать какое-либо заметное влияние на процессы, рассматриваемые в квантовой оптике. В учебной литературе отсутствует рассмотрение КЭД эффектов в спектрах резонансной флуоресценции, несмотря на то, что эта проблема стала одной из важнейших проблем квантовой оптики и лазерной физики. Дело в том, что в настоящее время достигнут большой прогресс в

создании мощных источников лазерного излучения и при определенных интенсивностях вакуумные моды могут вовлекаться в сильные взаимодействия атомов с резонансным лазерным полем.

2. Резонансная флуоресценция

Явление резонансной флуоресценции представляет собой спонтанное испускание фотонов одиночным атомом, находящимся в поле когерентного излучения, частота которого равна или близка к частоте одного из атомных переходов. Если возбуждающее излучение монохроматично, то при слабой его интенсивности атом поглощает фотон на частоте возбуждения и переизлучает его на той же частоте. В этом случае спектральная ширина флуоресцентного света определяется спектральной шириной возбуждающего излучения и, поэтому, может быть очень узкой. Ситуация, однако, существенно усложняется с ростом интенсивности возбуждения, когда частота Раби становится сравнимой с атомной шириной линии. При таких интенсивностях осцилляции Раби проявляются в модуляции дипольного момента атомного перехода, что соответствует появлению боковых компонент в спектре флуоресценции (динамическое штарковское расщепление линии). Кроме этого, флуоресцентный свет демонстрирует неклассические свойства, такие как антигруппировка фотонов и сжатие. Теоретическое предсказание и последующее экспериментальное наблюдение антигруппировки фотонов в процессе резонансной флуоресценции стало одним из триумфов квантовой оптики, явившимся непосредственным подтверждением квантовой природы света и предшественником большей части исследований неклассических состояний света.

В идеальном случае резонансной флуоресценции одиночного атома, находящегося в покое, теория предсказывает, что спектр рассеянного излучения должен состоять из трёх пиков [7]. Приблизиться к этой идеальной ситуации стало возможным после создания лазера и разработки техники обращения с атомными пучками. Первые экспериментальные подтверждения спектра резонансной флуоресценции (триплет Моллоу) были получены в работах [8-10]. В экспериментах использовался пучок атомов натрия, облучавшихся под прямым углом излучением высоко стабилизированного лазера на красителе. В действительности, атомы проходили последовательно два световых пучка, первый из которых играл роль оптической накачки и использовался для приготовления некоторого начального квантового состояния ($3^2S_{1/2}, F = 2, m_F = 2$). Вторым лазерный пучок был циркулярно поляризован и настроен на переход с уровня $3^2S_{1/2}, F = 2$ на уровень

$3^2P_{3/2}$, $F=3$ атома натрия. Поскольку правила отбора для дипольного излучения допускают лишь переход с магнитного подуровня $3^2S_{1/2}$, $F=2$, $m_F=2$ на уровень $3^2P_{3/2}$, $F=3$, $m_F=3$, атомы в хорошем приближении ведут себя как *двухуровневые* квантовые системы. Излучение флуоресценции детектировалось в направлении под прямым углом к плоскости, образованной лазерным и атомным пучками. Такая геометрия минимизирует доплеровское уширение. Флуоресцентный свет анализировался сканирующим интерферометром Фабри-Перо. В результате наблюдалось динамическое штарковское расщепление, достигающее величины 50 МГц при интенсивности лазерного излучения ~ 900 мВт/см². Схема эксперимента была позже усовершенствована за счёт ослабления потока атомов, так чтобы только один атом находился в области взаимодействия в каждый момент времени, и за счёт использования встречных лазерных пучков, что снижает доплеровское уширение, вызванное движением атомов поперёк пучка. Эти улучшения не могут, однако, исключить уширение, вызванное конечным временем прохождения атома через лазерный пучок. В более поздних экспериментах, о которых пойдёт речь ниже, идеальный режим был почти точно реализован при наблюдении резонансной флуоресценции от иона, находящегося в электромагнитной ловушке.

Информацию о статистике испускаемых фотонов можно получить путём измерения корреляционной функции второго порядка поля, нормированный вариант которой имеет вид:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle :n(t)n(t+\tau): \rangle}{\langle n(t) \rangle^2},$$

где $n(t)$ – оператор числа фотонов в поле в момент времени t . Величина $g^{(2)}(\tau)$ есть вероятность детектирования фотона в момент времени $t + \tau$ при условии детектирования фотона в предшествующий момент времени t , нормированная на своё факторизованное значение в случае статистически независимых событий детектирования, которое соответствует пуассоновскому распределению числа фотонов. Для любого классического состояния света справедливы следующие соотношения: $g^{(2)}(0) \geq 1$ и $g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0)$. В случае резонансной флуоресценции *одиночного* атома нарушаются оба неравенства.

Действительно, после испускания фотона атом оказывается в основном состоянии и не может немедленно испустить второй фотон, так что в этом случае $g^{(2)}(0) = 0$. Последующее возбуждение атома увеличивает вероятность испускания фотона при малых τ , что даёт $g^{(2)}(0) \leq g^{(2)}(\tau)$. Таким образом, резонансная флуоресценция фотонов демонстрирует два неклассических свойства: субпуассоновскую статистику, когда $g^{(2)}(0) < 1$, и антигруппировку фотонов, при которой $g^{(2)}(0) \leq g^{(2)}(\tau)$.

Наблюдение антигруппировки фотонов в процессе резонансной флуоресценции, предсказанное в работах [11–13], является непосредственным доказательством квантовой природы электромагнитного поля, поскольку это явление невозможно объяснить в рамках полуклассической теории взаимодействия атомов с полем. Первые эксперименты были выполнены в [14–16]. Экспериментальная установка была очень похожа на ту, которая использовалась при измерении спектра резонансной флуоресценции, с той лишь разницей, что интерферометр Фабри-Перо заменялся интерферометром Брауна-Твисса, т.е. флуоресцентный свет разделялся на два луча с помощью полупрозрачного зеркала, которые затем регистрировались фотодетекторами. Фотоэлектрические импульсы, производимые детекторами, подавались на начальный и конечный входы времяцифрового преобразователя, который фиксировал разделяющий их временной интервал τ (метод «старт-стоп»). Распределение импульсных пар, зарегистрированных с временным интервалом τ , имеет форму пика, который несёт информацию о функции корреляции второго порядка поля $g^{(2)}(\tau)$. Эксперименты показали, что флуоресцентные фотоны, испускаемые одним атомом, обладают эффектом антигруппировки по времени. Однако вследствие флуктуаций числа атомов в пучке, величина $g^{(2)}(0)$ оказывалась близкой к единице. Более поздние эксперименты [17, 18], использующие атомные ловушки Паули, позволили исключить флуктуации числа атомов и получить значение автокорреляционной функции $g^{(2)}(0)$, близкое к нулю, что, помимо антигруппировки, говорит о субпуассоновской статистике фотонов резонансной флуоресценции.

3. Атом, взаимодействующий с монохроматическим лазерным полем и вакуумными модами

Рассмотрим систему, которая состоит из атома, взаимодействующего с лазерным полем и вакуумными модами. Гамильтониан такой системы имеет следующий вид

$$H = H_0 + H_{AF} = H_A + H_F + H_{AF}, \quad (1)$$

где

$$H_A = \sum \omega_i |i\rangle\langle i|, \quad H_F = \sum_{\vec{k}\lambda} \omega_{\vec{k}} a_{\vec{k}\lambda}^+ a_{\vec{k}\lambda},$$

ω_i - собственная частота атома (индекс i включает в себя все квантовые числа атома), $\omega_{\vec{k}}$ - частота моды, $a_{\vec{k}\lambda}^+$ и $a_{\vec{k}\lambda}$ есть операторы рождения и уничтожения фотонов с импульсом \vec{k} и поляризацией λ , и H_{AF} - есть гамильтониан взаимодействия атома с электромагнитным полем.

Рассмотрим процесс «одевания» состояний атома лазерным полем, при этом будем предполагать, что частота лазерной моды ω_L близка к частоте перехода $\omega_R = \omega_e - \omega_g$ между двумя атомными состояниями $|e\rangle$ и $|g\rangle$, которые мы будем называть возбужденным и основным. В этом случае можно использовать обычные для квантовой оптики приближения: **двухуровневый атом**, **дипольное приближение** для гамильтониана взаимодействия атома с электромагнитным полем и **приближение вращающейся волны** [6]. Обсудим эти приближения подробнее.

Энергетические уровни реального атома зависят от взаимодействия различных его электронов. Число электронов в атоме определяет его спектроскопические термы и соответствующие правила отбора, которые указывают, между какими уровнями возможны излучательные переходы. Обычно очень трудно вычислять абсолютные значения энергии этих уровней, и, тем не менее, для многих реальных атомов относительное расположение энергетических уровней в пределах определенного терма согласуется с предсказаниями теории. Для многих целей идеально подходил бы атом, обладающий только двумя энергетическими

уровнями. Хотя такие атомы в действительности не существуют, для многих когерентных резонансных взаимодействий существенны лишь два из всех атомных уровней. Поэтому двухуровневая идеализация является зачастую хорошим первым приближением.

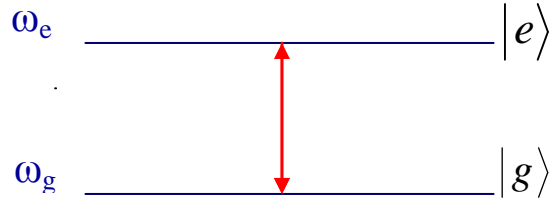


Рис. 1. Схема двухуровневого атома.

Итак, рассмотрим двухуровневый атом с возбужденным и основным состояниями $|e\rangle$ и $|g\rangle$ соответственно, разность между энергиями которых равна $\omega_R = \omega_e - \omega_g$ (здесь и далее мы будем использовать единицы, для которых $\hbar = c = \varepsilon_0 = 1$). Свободный гамильтониан атома будет иметь вид

$$H_A = \omega_e |e\rangle\langle e| + \omega_g |g\rangle\langle g|.$$

Будем считать, что этот атом находится в некоторой точке с радиус-вектором $\vec{r}_0 = 0$ под действием лазерного (классического) поля частоты ω_L , которое имеет вид

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_o(\vec{r})e^{-i\omega_L t} + \vec{E}_o^*(\vec{r})e^{i\omega_L t}.$$

Заметим, что поле содержит моды как с положительными, так и с отрицательными частотами в общем случае. В дипольном приближении гамильтониан взаимодействия представляется в следующем виде:

$$H_I = -\vec{d} \cdot \vec{E},$$

где \vec{d} - оператор дипольного момента атома. Отметим, что дипольным приближением можно пользоваться в случае, когда длина волны фотона велика по сравнению с атомными размерами. Таким образом, полный гамильтониан системы «атом + излучение» можно представить в виде

$$H = H_A - \vec{d} \cdot \vec{E}(\vec{r}_0, t),$$

где $\vec{E}(\vec{r}_0, t)$ - оператор электрического поля в точке нахождения диполя ($\vec{r}_0 = 0$):

$$\vec{E}(t) = \vec{\varepsilon}_L E_o e^{-i\omega_L t} + \vec{\varepsilon}_L^* E_o^* e^{i\omega_L t},$$

где $\vec{\varepsilon}_L$ - вектор поляризации лазерного фотона. Оператор H_A не имеет недиагональных элементов, так как состояния $|e\rangle$ и $|g\rangle$ суть его собственные функции. С другой стороны, у оператора \vec{d} диагональные элементы равны нулю, поскольку этот оператор нечетен, а состояния $|e\rangle$ и $|g\rangle$ считаются имеющими определенную четность. Пусть $\vec{d}_{eg} = \langle e | \vec{d} | g \rangle$, тогда оператор дипольного момента может быть представлен в виде

$$\vec{d} = \vec{d}_{eg} |e\rangle\langle g| + \vec{d}_{eg}^* |g\rangle\langle e|.$$

Гамильтониан взаимодействия можно представить тогда в следующем виде:

$$\begin{aligned} H_I &= -\vec{d} \cdot \vec{E} = \\ &= -(\vec{d}_{eg} |e\rangle\langle g| + \vec{d}_{eg}^* |g\rangle\langle e|)(\vec{\varepsilon}_L E_o e^{-i\omega_L t} + \vec{\varepsilon}_L^* E_o^* e^{i\omega_L t}) = \\ &= -(\vec{d}_{eg} \cdot \vec{\varepsilon}_L E_o e^{-i\omega_L t} + \vec{d}_{eg} \cdot \vec{\varepsilon}_L^* E_o^* e^{i\omega_L t}) |e\rangle\langle g| - (\vec{d}_{eg}^* \cdot \vec{\varepsilon}_L E_o e^{-i\omega_L t} + \vec{d}_{eg}^* \cdot \vec{\varepsilon}_L^* E_o^* e^{i\omega_L t}) |g\rangle\langle e| \\ &= -(\Omega e^{-i\omega_L t} + \tilde{\Omega} e^{i\omega_L t}) |e\rangle\langle g| - (\tilde{\Omega}^* e^{-i\omega_L t} + \Omega^* e^{i\omega_L t}) |g\rangle\langle e|, \end{aligned} \quad (2)$$

где Ω - частота Раби¹, а $\tilde{\Omega} = \vec{d}_{eg} \cdot \vec{\varepsilon}_L^* E_o^*$ (частота, которая соответствует вращению в обратную сторону). Теперь запишем гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия с помощью унитарного оператора $U = e^{iH_0 t}$, воспользовавшись следующим соотношением: $H_I^{int} = U H_I U^+$.

$$\begin{aligned} H_I^{int} &= -\exp[i\omega_g t] |g\rangle\langle g| + i\omega_e t |e\rangle\langle e| \left[(\Omega e^{-i\omega_L t} + \tilde{\Omega} e^{i\omega_L t}) |e\rangle\langle g| + (\tilde{\Omega}^* e^{-i\omega_L t} + \Omega^* e^{i\omega_L t}) |g\rangle\langle e| \right] \times \\ &\times \exp[-i\omega_g t] |g\rangle\langle g| - i\omega_e t |e\rangle\langle e|. \end{aligned}$$

¹ Частота Раби количественно описывает взаимодействие резонансного излучения с дипольным моментом атома, молекулы $\Omega = \vec{d} \cdot \vec{E}$.

Выбирая систему отсчета энергии, для которой $\omega_g = 0$, и, соответственно, $\omega_e = \omega_R$, а также используя разложение экспоненты в ряд Тейлора $\exp[i\omega_R t|e\rangle\langle e|] = 1 + i\omega_R t|e\rangle\langle e| + \dots$ и ортогональность векторов $|e\rangle$ и $|g\rangle$, получим

$$\begin{aligned} H_I^{int} &= -(\Omega e^{-i\omega_L t} + \tilde{\Omega} e^{i\omega_L t})[1 + i\omega_R t + \dots]|e\rangle\langle g| - (\tilde{\Omega}^* e^{-i\omega_L t} + \Omega^* e^{i\omega_L t})[1 - i\omega_R t + \dots]|g\rangle\langle e| = \\ &= -(\Omega e^{-i(\omega_L - \omega_R)t} + \tilde{\Omega} e^{i(\omega_L + \omega_R)t})|e\rangle\langle g| - (\tilde{\Omega}^* e^{-i(\omega_L + \omega_R)t} + \Omega^* e^{i(\omega_L - \omega_R)t})|g\rangle\langle e|. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим *приближение вращающейся волны*. Введем расстройку $\Delta = \omega_L - \omega_R$. Заметим, что члены в гамильтониане, содержащие $\tilde{\Omega}$ и $\tilde{\Omega}^*$ быстро осциллируют, поскольку $\Delta \ll \omega_L + \omega_R$, и, следовательно, в среднем их вклады при достаточно больших временах будут стремиться к нулю. Таким образом, мы можем пренебречь этими быстро осциллирующими членами и представить гамильтониан взаимодействия в виде

$$H_{I,RWA}^{int} = -\Omega e^{-i\Delta t}|e\rangle\langle g| - \Omega^* e^{i\Delta t}|g\rangle\langle e|.$$

В этом и заключается приближение вращающейся волны (*Rotate Wave Approximation*). Заметим, что в этом приближении гамильтониан в представлении Шредингера имеет вид

$$H_{RWA} = \omega_e|e\rangle\langle e| + \omega_g|g\rangle\langle g| - \Omega e^{-i\omega_L t}|e\rangle\langle g| - \Omega^* e^{i\omega_L t}|g\rangle\langle e|. \quad (3)$$

Следует отметить, что если атомный переход $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ есть переход, для которого $\Delta m = \pm 1$, выражение (3) для гамильтониана является точным. Действительно, в этом случае $\vec{d}_{eg} = d_{eg}(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)/\sqrt{2}$, и если внешнее поле есть волна, распространяющаяся вдоль z , с поляризацией $\vec{\epsilon} = (\vec{e}_x - i\vec{e}_y)/\sqrt{2}$, то $\vec{d}_{eg} \cdot \vec{\epsilon} = d_{eg}$, $\vec{d}_{eg} \cdot \vec{\epsilon}^* = 0$, и, следовательно, $\tilde{\Omega} = \vec{d}_{eg} \cdot \vec{\epsilon}_L^* E_0^* = 0$.

Мы подробно обсудили приближения, которые будем использовать. Теперь запишем гамильтониан взаимодействия атома с лазерным (квантовым) полем:

$$\begin{aligned}
H_L &= \left(-q \sqrt{\frac{\omega_L}{2V}} \vec{r} \cdot \vec{\varepsilon}_L [a_L + a_L^\dagger] \right) = \\
&= \{ |g\rangle \langle g| + |e\rangle \langle e| \} \left(-q \sqrt{\frac{\omega_L}{2V}} \vec{r} \cdot \vec{\varepsilon}_L [a_L + a_L^\dagger] \right) \{ |g\rangle \langle g| + |e\rangle \langle e| \} = \\
&= \{ |g\rangle \langle g| g_L \langle e| + |e\rangle \langle e| g_L^* \langle g| \} [a_L + a_L^\dagger],
\end{aligned}$$

где

$$g_L = -q \sqrt{\frac{\omega_L}{2V}} \langle g | \vec{r} \cdot \vec{\varepsilon}_L | e \rangle,$$

$\vec{\varepsilon}_L$ - вектор поляризации лазерного фотона, V - объем квантования, а n - число фотонов в лазерной моде. В приближении вращающейся волны этот гамильтониан взаимодействия будет иметь следующий вид:

$$H_L \approx H_L^{(RWA)} = g_L (a_L |g\rangle \langle e| + a_L^\dagger |e\rangle \langle g|) \quad (4)$$

В представлении, в котором базисными векторами являются векторы $|e, n\rangle$ и $|g, n+1\rangle$, гамильтониан имеет вид

$$H_L^{(RWA)} = \sum_n (|g, n+1\rangle \langle e, n| + |e, n\rangle \langle g, n+1|) g_L \sqrt{n+1}, \quad (5)$$

который можно представить в виде матрицы

$$H_{RWA} = \begin{pmatrix} \omega_R + n\omega_L & g_L \sqrt{n+1} \\ g_L \sqrt{n+1} & (n+1)\omega_L \end{pmatrix}, \quad (6)$$

диагонализировав которую мы находим вид «одетых» состояний

$$\begin{aligned}
|(+, n)\rangle &= \cos \theta_n |e, n\rangle + \sin \theta_n |g, n+1\rangle, \\
|(-, n)\rangle &= -\sin \theta_n |e, n\rangle + \cos \theta_n |g, n+1\rangle.
\end{aligned} \quad (7)$$

Параметр перемешивания θ_n связан с частотой Раби $\Omega_n = 2g_L \sqrt{n+1}$ следующим выражением

$$\operatorname{tg}(2\theta_n) = -\Omega_n / \Delta, \quad (8)$$

где $\Delta = \omega_L - \omega_R$. Следует отметить, что «одетые» состояния (7) являются собственными состояниями системы. Энергии этих «одетых» состояний имеют следующий вид

$$E_{\pm,n} = (n+1/2)\omega_L + \omega_R/2 \pm \Omega_R/2, \quad (9)$$

где $\Omega_R = \sqrt{\Omega_n^2 + \Delta^2}$. Переходы между этими «одетыми» состояниями образуют спектр **резонансной флуоресценции**, который иногда называют спектр Моллоу.

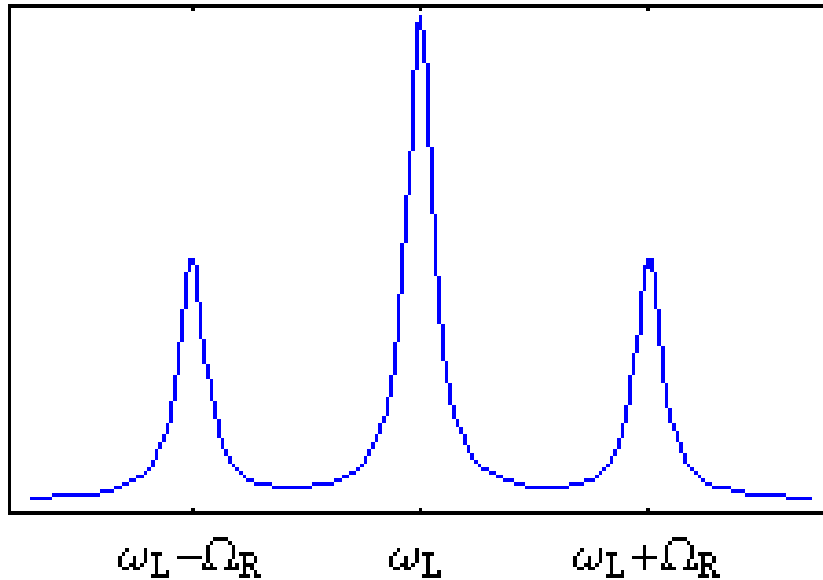


Рис. 2. Спектр резонансной флуоресценции.

Трехпиковый спектр флуоресцентного света появляется из-за переходов $|(\pm, n+1)\rangle \rightarrow |(\pm, n)\rangle$. Частоты этих трех пиков определяются разностью энергий $E_{\pm, n+1}$ и $E_{\pm, n}$:

$$\begin{aligned} E_{+, n+1} - E_{+, n} &= E_{-, n+1} - E_{-, n} = \omega \\ E_{+, n+1} - E_{-, n} &= \omega + \Omega \quad E_{-, n-1} - E_{+, n} = \omega - \Omega. \end{aligned}$$

3. Взаимодействие «одетого» атома с собственным полем излучения

В дальнейшем мы будем в качестве состояний $|g\rangle$ и $|e\rangle$ рассматривать состояния атома водорода соответственно $|1s_{1/2}\rangle$ и $|2p_{1/2}\rangle$. В лидирующем порядке, т.е. с точностью α , КЭД поправка $\Delta E_{\pm,n}$ к энергии «одетых» состояний дается формулой

$$\Delta E_{\pm,n} = \langle (\pm, n) | \Sigma^{(L)} | (\pm, n) \rangle, \quad (10)$$

где

$$\Sigma^{(L)} = H_I \frac{1}{(E_{\pm,n} - H_0^{(d)})} H_I. \quad (11)$$

Здесь $H_0^{(d)}$ - «свободный» гамильтониан в базисе «одетых» состояний.

$$H_0^{(d)} = H_{RWA} + \sum_{j \neq e, g} \omega_j |j\rangle \langle j| + H_F. \quad (12)$$

Оператор $\Sigma^{(L)}$ описывает низкоэнергетический вклад в энергию состояния атома, обусловленный процессом взаимодействия, которое сводится к излучению и последующему поглощению фотона с энергией много меньшей массы электрона m_e . В пределе $\Omega_R \rightarrow 0$ и $\Delta \rightarrow 0$ гамильтониан $H^{(d)}$ в формуле можно заменить на гамильтониан атома в отсутствии лазерного поля $H_0^{(d)} \rightarrow H_A + H_F$. В этом приближении для $\Delta E_{\pm,n}$ мы получаем

$$\begin{aligned} \Delta E_{+,n} &\approx \cos^2 \theta \langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle + \sin^2 \theta \langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle, \\ \Delta E_{-,n} &\approx \sin^2 \theta \langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle + \cos^2 \theta \langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\Sigma^{(2)}(z) = H_I \frac{1}{(z - H_A - H_F)} H_I. \quad (14)$$

Матричные элементы $\langle e|\Sigma^{(2)}(E_e)|e\rangle$ и $\langle g|\Sigma^{(2)}(E_g)|g\rangle$ содержат УФ расходимости, которые в КЭД устраняются с помощью теории перенормировок. В данном случае она заключается в том, что из (14) мы должны вычесть вклад от взаимодействия свободного электрона с собственным полем излучения, которое уже включен в физическую массу электрона. Это понижает степень расходимости в (14) до логарифмической. Оставшаяся логарифмическая расходимость компенсируется при добавлении к (14) вклада от высокоэнергетических фотонов (механизм Бете), который также расходится логарифмически. В результате мы получаем конечные выражения

$$\langle e|\Sigma^{(2)}(E_e)|e\rangle = L_e^{(2)} - \frac{i\Gamma_e}{2}; \quad (15)$$

$$\langle g|\Sigma^{(2)}(E_g)|g\rangle = L_g^{(2)}, \quad (16)$$

где $L_e^{(2)}$ и $L_g^{(2)}$ - лэмбовские сдвиги в лидирующем порядке (во втором порядке теории возмущений), соответственно, состояний $|e\rangle$ и $|g\rangle$, и Γ_e - ширина возбужденного состояния $|e\rangle$. Их значения равны $L_e^{(2)} = -12.88 МГц$, $L_g^{(2)} = 8127.4 МГц$, $\Gamma_e = 99.8 МГц$. Таким образом, для тривиальных сдвигов и ширин состояний $|e\rangle$ и $|g\rangle$ (здесь мы используем терминологию, введенную в работе [2]) мы имеем:

$$L_{+,n}^{(tr)} = \cos^2 \theta L_e^{(2)} + \sin^2 \theta L_g^{(2)}, \quad (17)$$

$$L_{-,n}^{(tr)} = \sin^2 \theta L_e^{(2)} + \cos^2 \theta L_g^{(2)}; \quad (18)$$

$$\Gamma_{+,n} = \cos^2 \theta \Gamma_e; \quad \Gamma_{-,n} = \sin^2 \theta \Gamma_e. \quad (19)$$

Исследование отличия лэмбовского сдвига состояний $|\pm, n\rangle$, определяемого учётом того, что в промежуточных состояниях атом взаимодействует с лазерным полем, от тривиального лэмбовского сдвига было проведено в работах [2-4]. Было показано [2-4], что поправка $\Delta\omega_{\pm}$ к тривиальному лэмбовскому сдвигу $L_{\pm,n}^{(tr)}$ имеет порядок

$$\Delta\omega_{\pm} \sim 10^{-6} \frac{\Omega^2}{\sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}}.$$

Эта поправка является слишком маленькой, чтобы ее можно было наблюдать в эксперименте. Например, даже для поля с такой большой интенсивностью, что отношение $h = \Omega/\Gamma$ равно 1000, учет этой поправки при описании спектра Моллоу не приводит к его изменению, которое можно было бы наблюдать экспериментально. И это притом, что для того, чтобы параметр h был порядка 1000, необходим лаймановский лазер с мощностью порядка $340 \mu W / (\pi \Lambda^2)$. Для того, чтобы достичь таких интенсивностей, необходимо увеличить максимальную мощность лаймановских лазеров, достигнутую в настоящее время, в 10^4 раз.

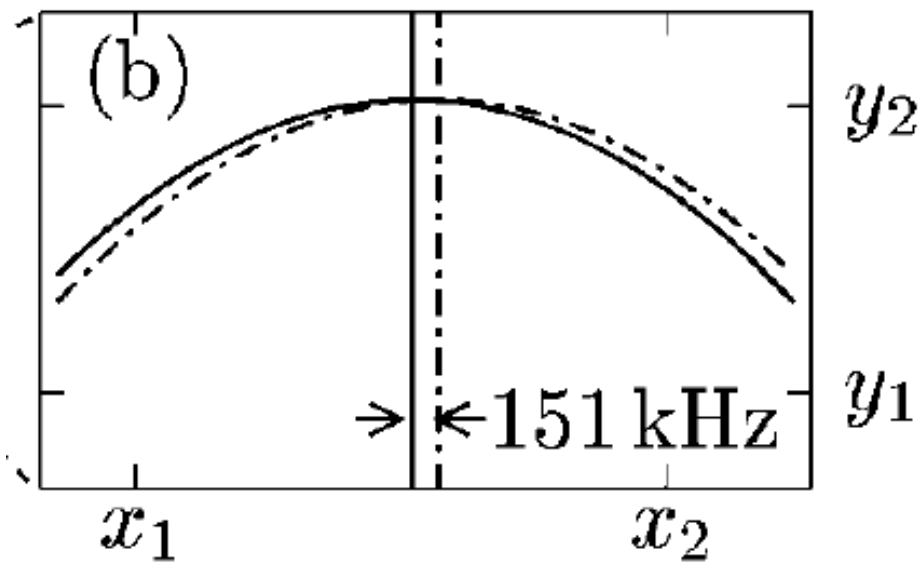


Рис. 3. Центральная компонента спектра Моллоу, соответствующая тривиальной ширине «одетых» состояний (пунктирная линия) и она же с учетом нетривиальной поправки (сплошная линия), $h=1000$.

Из сказанного выше можно было сделать вывод, что КЭД поправки к тривиальному лэмбовскому сдвигу состояний являются пренебрежимо малыми. Однако, как было показано в [5], при определенных интенсивностях лазерного поля теория возмущений не может быть использована и, соответственно, выводы, сделанные в ее рамках, оказываются необоснованными. тривиальному лэмбовскому сдвигу состояний $|(\pm, n)\rangle$ являются пренебрежимо малыми. Однако, как было показано в [5], при определенных интенсивностях лазерного поля теория возмущений не может быть использована и, соответственно, выводы, сделанные в ее рамках, оказываются необоснованными.

4. Непертурбативное описание взаимодействия «одетых» атомов с вакуумом

Как мы видели, для того, чтобы определить истинную роль КЭД эффектов при взаимодействии атомов с полем интенсивного лазерного излучения, необходимо выйти за рамки теории возмущений. Как было продемонстрировано в [19], в КЭД такую возможность открывает обобщенное динамическое уравнение [20], которое было получено, как следствие фундаментальных принципов квантовой физики. В случае, когда взаимодействие, генерирующее динамику в системе, является мгновенным, это уравнение эквивалентно уравнению Шредингера. Вместе с тем обобщенное динамическое уравнение позволяет обобщение на случай нелокальных во времени взаимодействий. Это уравнение записывается в терминах оператора $\tilde{S}(t_2, t_1)$, определяющего вклад в оператор эволюции от процесса, в котором взаимодействие начинается в момент времени t_1 и заканчивается в момент времени t_2 . Обобщенное динамическое уравнение имеет следующий вид

$$(t_2 - t_1)\tilde{S}(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} dt_4 \int_{t_1}^{t_4} (t_4 - t_3)\tilde{S}(t_2, t_4)\tilde{S}(t_3, t_1). \quad (20)$$

Это уравнение работает как рекуррентное соотношение и позволяет определить оператор $\tilde{S}(t_2, t_1)$ для любых времен t_1 и t_2 , если известны вклады от процессов с бесконечно малым временем длительности взаимодействия $t_2 - t_1$. Наибольший вклад в оператор эволюции в пределе $t_2 \rightarrow t_1$ вносят процессы, ассоциируемые с фундаментальным взаимодействием в системе. Обозначая этот вклад с помощью оператора $H_{\text{int}}(t_2, t_1)$, получаем граничное условие для уравнения (20)

$$\tilde{S}(t_2, t_1) \xrightarrow{t_2 \rightarrow t_1} H_{\text{int}}(t_2, t_1). \quad (21)$$

Оператор эволюции в картине Шредингера можно представить с помощью оператора Грина следующим образом [20]:

$$U_S(t, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-izt} G(z) dz. \quad (22)$$

Оператор Грина $G(z)$ определяется с помощью оператора $T(z)$:

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z), \quad (23)$$

где $G_0(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - H_0}$ – свободный пропагатор. В гамильтоновой динамике это уравнение является определением T -матрицы, а оператор Грина определяется как резольвента полного гамильтониана $G(z) = (z - H)^{-1}$. Но это справедливо лишь в случае гамильтоновой динамики! В общем случае оператор $T(z)$ определяется следующим соотношением:

$$T(z) = i \int_0^\infty d\tau \exp(-iz\tau) \exp(-iH_0 t_2) \tilde{S}(t_2, t_1) \exp(iH_0 t_1), \quad (24)$$

где $\tau = t_2 - t_1$. Используя его, можно переписать обобщенное динамическое уравнение в терминах оператора $T(z)$

$$\frac{dT(z)}{dz} = -T(z)(G_0(z))^2 T(z), \quad (25)$$

граничное условие для которого имеет следующий вид:

$$T(z) \xrightarrow{|z| \rightarrow \infty} B(z), \quad (26)$$

где

$$B(z) = i \int_0^\infty d\tau \exp(-iz\tau) \exp(-iH_0 t_2) H_{\text{int}}(t_2, t_1) \exp(iH_0 t_1). \quad (27)$$

Определение оператора Грина таким образом является более общим и имеет силу даже в случае, когда в теории нельзя определить гамильтониан как оператор, генерирующий динамику системы. В случае локальных во времени взаимодействий эти два метода определения приводят к одинаковым результатам.

Процессы, ассоциируемые с взаимодействием частиц с вакуумом, вносят вклад в оператор Грина, который имеет ту же структуру, что и свободный оператор Грина $G_0(z)$. По этой причине естественно $G_0(z)$ заменить пропагатором $G(z)$, который описывает эволюцию частиц, взаимодействующих только с вакуумом, и имеет следующий вид:

$$\langle m'|G(z)|m\rangle = \frac{\langle m'|m\rangle}{z - E_m - C_m(z)}, \quad (28)$$

где $|m\rangle$ - собственные вектора свободного гамильтониана ($H_0|m\rangle = E_m|m\rangle$), функция $C_m(z)$ описывает взаимодействие частиц, находящихся в состоянии $|m\rangle$, с вакуумом, и условие $z - E_m - C_m(z) = 0$ определяет физическую массу частиц. Соответственно, оператор $T(z)$ следует заменить оператором $M(z)$, который описывает эволюцию частиц, взаимодействующих не только с вакуумом. Эти операторы связаны между собой следующим соотношением:

$$G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z) = G(z) + G(z)M(z)G(z). \quad (29)$$

Используя это соотношение, можно представить обобщенное динамическое уравнение (20) в терминах $M(z)$ и $C_m(z)$, которые удовлетворяют граничным условиям

$$M(z) \xrightarrow{|z| \rightarrow \infty} B_r(z), \quad (30)$$

$$C_m(z) \xrightarrow{|z| \rightarrow \infty} \langle m|B_\delta(z)|m\rangle. \quad (31)$$

Здесь $B_r(z)$ является частью оператора взаимодействия, которая описывает только взаимодействие частиц между собой, $B_\delta(z)$ - описывает их взаимодействие с вакуумом: $B(z) = B_r(z) + B_\delta(z)$.

Получаемые в результате такой редукции уравнения для $M(z)$ и $C_m(z)$ открывают новые возможности для решения проблемы связанных состояний в КЭД. При решении этой проблемы обычно используется картина Фарри, в которой состояния электронов, взаимодействующих с

кулоновским полем ядра, рассматриваются как свободные. Соответственно свободный оператор Грина в этой картине имеет вид:

$$\tilde{G}_0(z) = \sum_n \frac{|\psi_n\rangle\langle\psi_n|}{z - E_n}, \quad (32)$$

где $|\psi_n\rangle$ - собственное состояние гамильтониана Дирака $H_D = -i\alpha\vec{\nabla} + \beta m_e + V_e(\vec{r})$, соответствующее энергии E_n . Соответственно переопределяется оператор $\tilde{G}_0(z)$, который в картине Фарри описывает эволюцию частиц, которые взаимодействуют не только с кулоновским полем ядра, но и с вакуумом. При этом уравнение $z - E_m - C_m(z) = 0$ определяет обусловленную взаимодействием с вакуумом поправку к энергии атомного состояния E_m . В случае, когда электрон находится не только в кулоновском поле ядра, но и в интенсивном лазерном поле с частотой, близкой к частоте перехода между связанными состояниями $|e\rangle$ и $|g\rangle$, картину Фарри можно обобщить, считая «свободными» собственные состояния гамильтониана $H_D + H_{RWA}$. При этом «свободный» гриновский оператор имеет вид

$$G_0(z) = \sum_{m,n} \frac{|(+,n);m\rangle\langle(+,n);m|}{z - E_{+,n} - E_m} + \sum_{m,n} \frac{|(-,n);m\rangle\langle(-,n);m|}{z - E_{-,n} - E_m} + \sum_{m'} \frac{|m'\rangle\langle m'|}{z - E_{m'}}, \quad (33)$$

где $|(\pm,n);m\rangle$ есть тензорное произведение вектора $|(\pm,n)\rangle$, т.е. базисного вектора в подпространстве «одетых» состояний, и базисного вектора $|m\rangle$ в полном пространстве Фока в картине Фарри. Подпространство, натянутое на эти вектора, описывает состояние системы, в котором, по крайней мере, один электрон находится в «одетом» состоянии. Векторы $|m'\rangle$ являются базисными векторами в подпространстве состояний, в которых ни один электрон не находится в «одетых» состояниях $|(\pm,n)\rangle$.

Такой подход позволяет последовательно решить проблему связанных состояний и определить КЭД поправки к энергиям состояний атомов без обращения к теории возмущений. Это становится особенно важным при описании КЭД поправок для атомов, резонансно взаимодействующих с лазерным полем. Поскольку только в состояниях

$|g\rangle$ и $|e\rangle$ атом участвует в резонансном взаимодействии с лазерным полем, радиационные поправки к другим состояниям совпадают с КЭД поправками для атома в вакууме. Включая эти поправки в энергии уровней E_n ($n \neq e, g$), оператор $\tilde{G}_0(z)$ можно представить в виде

$$\tilde{G}_0(z) = \sum_{m,n} \frac{|(+,n);m\rangle\langle(+,n);m|}{z - E_{+,n} - C_{+,n}(z)} + \sum_n \frac{|(-,n);m\rangle\langle(-,n);m|}{z - E_{-,n} - C_{-,n}(z - E_m) - E_m} + \sum_{m'} \frac{|m'\rangle\langle m'|}{z - E_{m'}}. \quad (34)$$

Учитывая далее, что из (25) следует, что $G(z)$, определяемый (28), удовлетворяет уравнению

$$\frac{dG(z)}{dz} = -G^2(z), \quad (35)$$

для $M(z)$ и $C_{\pm,n}(z)$ мы получаем уравнения

$$\frac{dC_{\pm,n}(z)}{dz} = -\langle(\pm,n)|M(z)(\tilde{G}_0(z))^2 M(z)|(\pm,n)\rangle; \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM(z)}{dz} = & -(1 - P(z)\tilde{G}_0(z))M(z)(\tilde{G}_0(z))^2 M(z)(1 - \tilde{G}_0(z)P(z)) + \\ & + P(z)\tilde{G}_0(z)M(z)(\tilde{G}_0(z))^2 M(z)\tilde{G}_0(z)P(z), \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$P(z) = \sum_{n,m} (P_m^+ M(z) P_m^- + P_m^- M(z) P_m^+),$$

$$P_m^\pm = |\pm, n; m\rangle\langle\pm, n; m|; \quad \tilde{G}_0(z) = (z - H_0^D - C(z))^{-1}; \quad C(z)|\pm, n; m\rangle = C_{\pm,n}(z - E_m)|\pm, n; m\rangle.$$

Эти уравнения с граничными условиями (30) и (31) позволяют вычислить важные для данной проблемы матричные элементы оператора $M(z)$ и функции $C_{\pm,n}(z)$, определяющие радиационные поправки к энергиям состояний $|\pm, n\rangle$. Оператор $B_r(z)$ в граничном условии (30) совпадает с КЭД гамильтонианом взаимодействия

$$H_I = e \int d^3x : A_\mu(0, \vec{x}) \bar{\psi}(0, \vec{x}) \gamma^\mu \psi(0, \vec{x}) :, \quad (38)$$

где $\psi(t, \vec{x})$ описывает дираковское поле в картине Фарри, $A_\mu(x)$ - электромагнитное поле, а символ $::$ обозначает нормальное упорядочивание. Оператор $B_\delta(z)$ описывает взаимодействие атома с вакуумом, т.е. несёт ту же информацию, которую в теории перенормировок в КЭД неявно несут соответствующие контрчлены перенормировки.

Систему интегро-дифференциальных уравнений можно решать точно, и здесь важно то, что эти уравнения свободны от УФ расходимостей. В данной работе мы ограничимся итерационным решением этих уравнений. В нулевом порядке этого решения мы имеем

$$M^{(0)}(z) = H_I \quad (39)$$

Подставляя (39) в правую часть уравнения (36) и интегрируя его, для $C_{\pm,n}(z)$ и $\langle (\pm, n) | M(z) | (\mp, n) \rangle$ в этом порядке получаем

$$C_{\pm,n}^{(0)}(z) = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_z^\mu ds \langle (\pm, n) | H_I (G_0(s))^2 H_I | (\pm, n) \rangle + \langle (\pm, n) | B_\delta(\mu) | (\pm, n) \rangle. \quad (40)$$

$$\langle (\pm, n) | M^{(0)}(z) | (\mp, n) \rangle = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_z^\mu ds \langle (\pm, n) | H_I (G_0(s))^2 H_I | (\mp, n) \rangle + \langle (\pm, n) | B_\delta(\mu) | (\mp, n) \rangle. \quad (41)$$

Здесь мы используем приближение, в котором $\tilde{G}_0(z)$ в правой части (36) заменяется на $G_0(z)$. Если бы гамильтониан взаимодействия (38) был хорошо определенным оператором в фоковском пространстве и, как следствие, не приводил бы к УФ расходимостям, то не понадобилось бы вводить контрчлены и соответственно был бы равен нулю оператор $B_\delta(z)$. В этом случае из (40) и (41) следовало бы, что

$$C_{\pm,n}^{(0)}(E_{\pm,n}) = \langle (\pm, n) | H_I (E_{\pm,n} - H_A - H_F)^{-1} H_I | (\pm, n) \rangle;$$

$$\langle (\pm, n) | M^{(0)}(E_{\pm,n}) | (\mp, n) \rangle = \langle (\pm, n) | H_I (E_{\pm,n} - H_A - H_F)^{-1} H_I | (\mp, n) \rangle.$$

Эти выражения можно было бы переписать в виде

$$C_{+,n}^{(0)}(E_{+,n}) = \cos^2 \theta \langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle + \sin^2 \theta \langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle;$$

$$C_{-,n}^{(0)}(E_{-,n}) = \sin^2 \theta \langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle + \cos^2 \theta \langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle;$$

$$\langle (\pm, n) | M(E_{\pm, n}) | (\mp, n) \rangle = -\cos \theta \sin \theta \langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle + \cos \theta \sin \theta \langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle,$$

где оператор $\Sigma^{(2)}(z)$ определяется формулой (14). Однако, $\langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle$ и $\langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle$ содержат УФ расходимости, и, следовательно, не имеют смысла без регуляризации и перенормировки. В случае полученного нами решения это означает, что в пределе $\mu \rightarrow \infty$ первые члены в правых частях соотношений (40) и (41) стремятся к бесконечности, но эти бесконечности компенсируются тем, что $\langle (\pm, n) | B_\delta(\mu) | (\pm, n) \rangle$ и $\langle (\mp, n) | B_\delta(\mu) | (\pm, n) \rangle$ также стремятся к бесконечности с ростом μ . В результате мы приходим к выражениям (13) и (14), в которых $\langle e | \Sigma^{(2)}(E_e) | e \rangle$ и $\langle g | \Sigma^{(2)}(E_g) | g \rangle$ определяются соотношениями (15) и (16), т.е. совпадают с обычными выражениями для перенормированных значений для радиационных поправок к энергетическим уровням состояний атома $|e\rangle$ и $|g\rangle$. Таким образом, в первом порядке нашего итерационного решения мы получаем

$$C_{\pm, n}^{(0)}(E_{\pm, n}) = L_{\pm, n}^{(0)} - \frac{i\Gamma_{\pm, n}^{(0)}}{2}, \quad (50)$$

где $L_{\pm, n}^{(0)}$ и $\Gamma_{\pm, n}^{(0)}$ совпадают с тривиальными значениями (17), (18) и (19) для лэмбовского сдвига и ширины уровней «одетых» состояний.

После следующей итерации для $C_{\pm, n}(z)$ мы получаем

$$C_{\pm, n}(z) = C_{\pm, n}^{(0)}(z) + C_{\pm, n}^{(1)}, \quad (51)$$

где

$$C_{\pm, n}^{(1)} = \frac{\langle (\pm, n) | M^{(0)}(z) | (\mp, n) \rangle \langle (\mp, n) | M^{(0)}(z) | (\pm, n) \rangle}{z - E_{\mp, n} - C_{\mp, n}^{(0)}(z)}, \quad (52)$$

соответственно, для радиационной поправки к энергетическим уровням «одетых» состояний мы получаем

$$C_{\pm,n}(E_{\pm,n}) = C_{\pm,n}^{(0)}(E_{\pm,n}) + \frac{\langle (\pm,n) | M^{(0)}(E_{+,n}) | (\mp,n) \rangle \langle (\mp,n) | M^{(0)}(E_{-,n}) | (\pm,n) \rangle}{\Omega_n - C_{\mp,n}^{(0)}(E_{\pm,n})} + \dots$$

Как видно из этого уравнения, величина поправки к значению $C_{\pm,n}^{(0)}(E_{\pm,n})$ в лидирующем порядке определяется параметром

$$\Lambda = \frac{\langle (\mp,n) | M^{(0)}(E_{-,n}) | (\pm,n) \rangle}{\Omega_n} = \frac{\sin 2\theta(L_g - L_e)}{2\Omega_n}.$$

По существу Λ является малым параметром разложения для данной итерационной схемы. Очевидно, что при интенсивностях поля, при которых $\Lambda > 1$ или $\Lambda \sim 1$, ряд разложения решений системы уравнений (36), (37) по Λ будет расходиться.

5. Лэмбовский сдвиг и ширина «одетых» состояний

Как мы показали, при определенных условиях поправки к тривиальному радиационному сдвигу энергетических уровней «одетых» состояний не являются малыми. Таким образом, сделанные в работах [2-4] утверждения о том, что эти поправки имеют порядок менее чем α^2 , справедливы только для случая $\Lambda \ll 1$.

Рассмотрим теперь зависимость радиационных сдвигов и естественной ширины «одетых» состояний от параметров, характеризующих поле. Используя (53), для энергетических сдвигов и ширины в первом порядке по Λ получаем

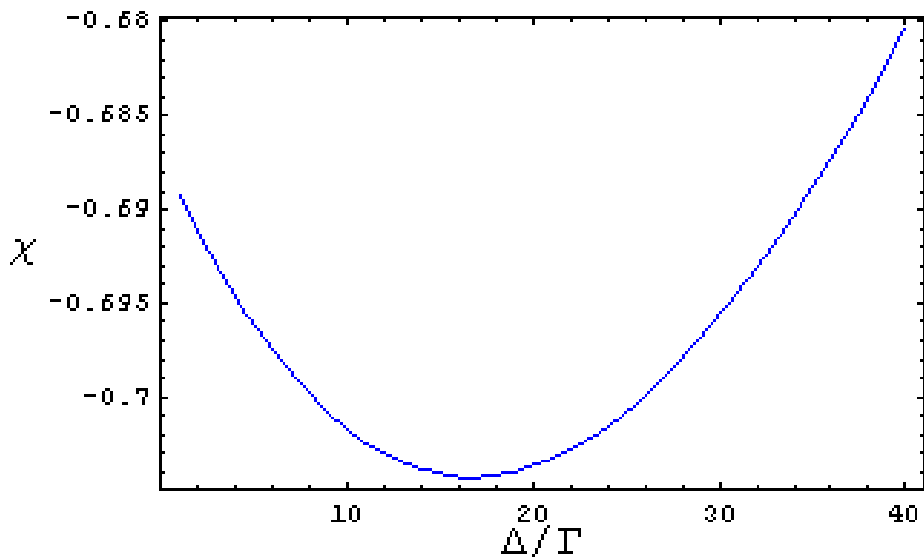
$$L_{\pm,n} = L_{\pm,n}^{(0)} + L_{\pm,n}^{(1)} + \dots \quad (55)$$

$$\Gamma_{\pm,n} = \Gamma_{\pm,n}^{(0)} + \Gamma_{\pm,n}^{(1)} + \dots, \quad (56)$$

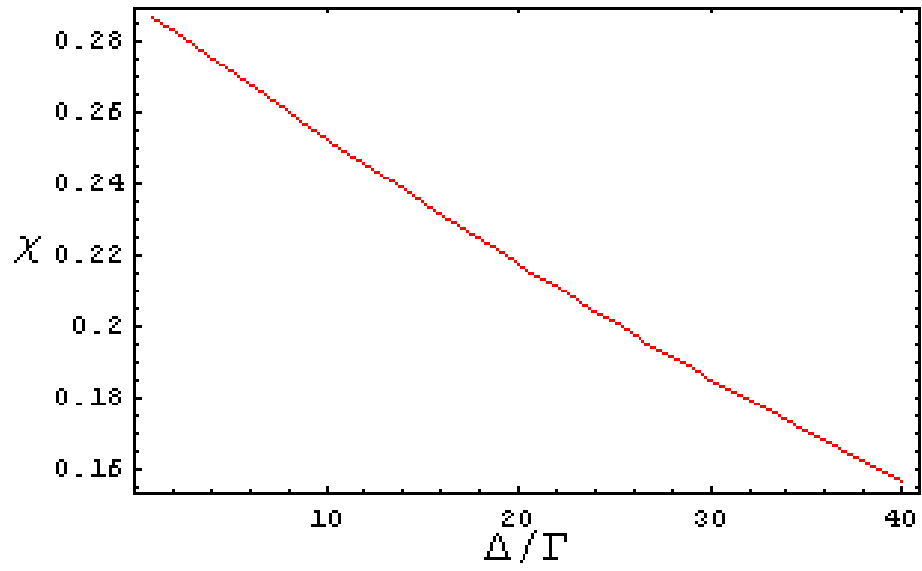
где

$$L_{\pm,n}^{(1)} = \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \frac{(L_g - L_e)^2}{\Omega_n - L_{\mp,n}^{(0)}},$$

$$\Gamma_{\pm,n}^{(1)} = -\Gamma_e \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \frac{L_g - L_e}{\Omega_n - L_{\mp,n}^{(0)}}.$$

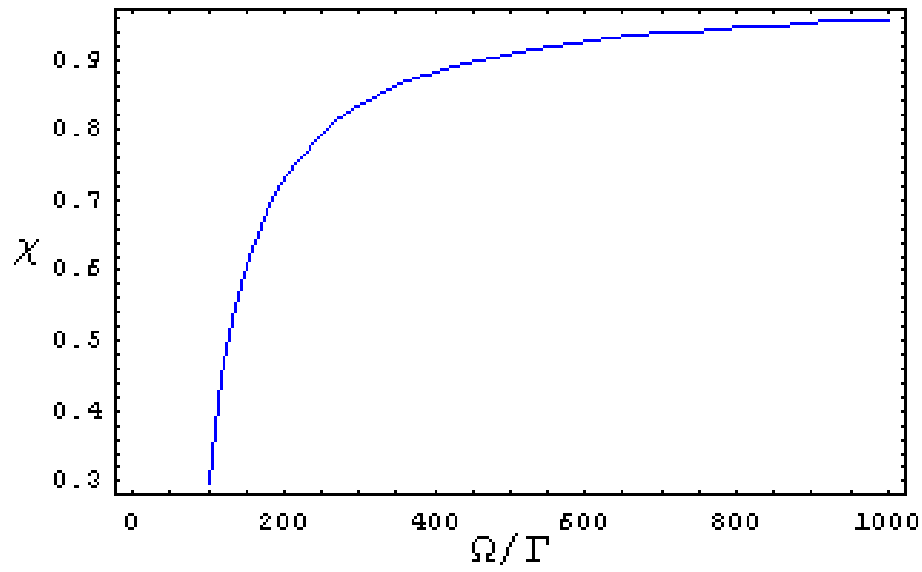


a)

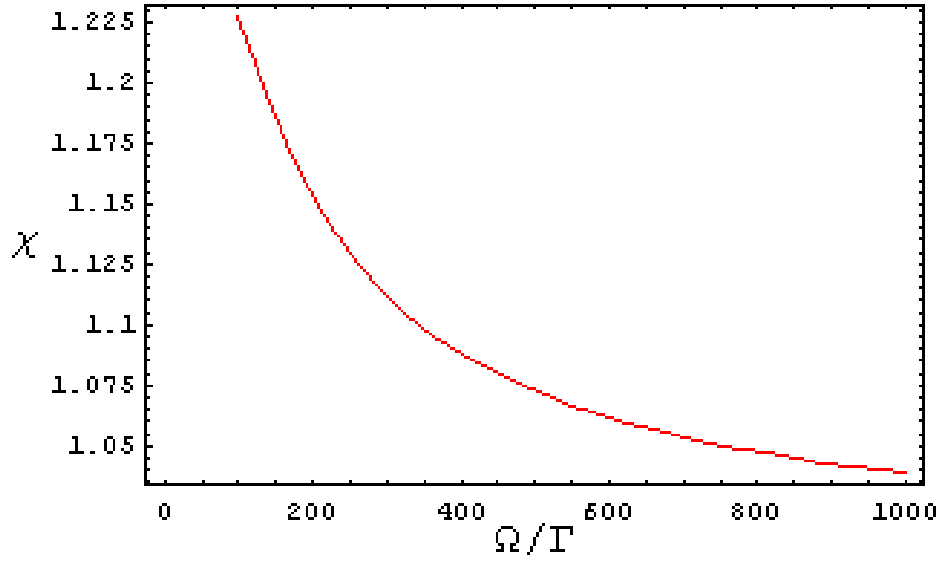


б)

Рис. 4. Отношение ширин состояний а) $|(+,n)\rangle$ и б) $|(-,n)\rangle$ к соответствующим тривиальным ширинам $\chi = \frac{\Gamma_{\pm,n}^{(tr)} + \Delta\Gamma_{\pm,n}}{\Gamma_{\pm,n}^{(tr)}}$ как функция $\frac{\Delta}{\Gamma}$ при $h = \frac{\Omega}{\Gamma} = 100$



а)

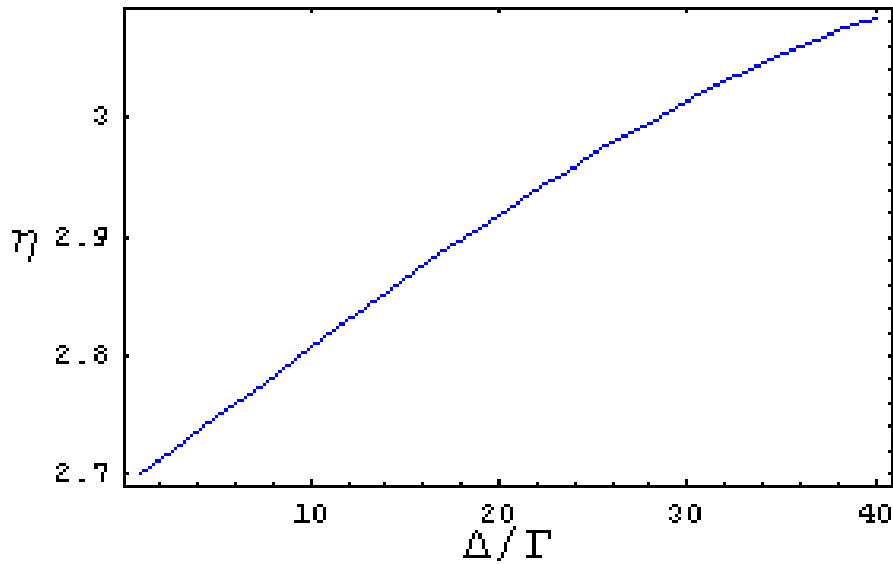


б)

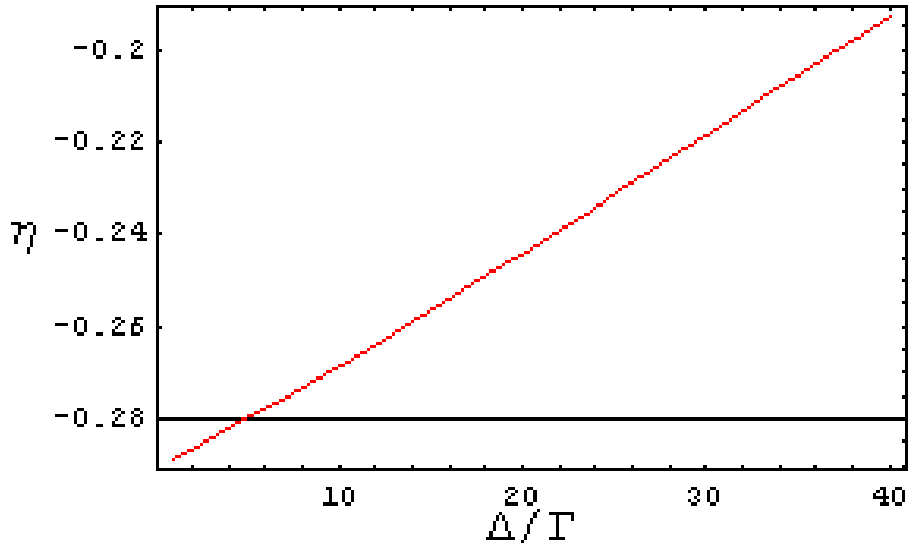
Рис. 5. Отношение ширин состояний а) $|(+,n)\rangle$ и б) $|(-,n)\rangle$ к соответствующим

тривиальным ширинам $\chi = \frac{\Gamma_{\pm,n}^{(tr)} + \Delta\Gamma_{\pm,n}}{\Gamma_{\pm,n}^{(tr)}}$ как функция $h = \frac{\Omega}{\Gamma}$ при $\frac{\Delta}{\Gamma} = 17$.

Учитывая то, что $L_{\pm,n}^{(0)}$ и $\Gamma_{\pm,n}^{(0)}$ совпадают с тривиальными значениями лэмбовского сдвига и ширины «одетых» состояний, $\Delta L_{\pm,n} \equiv L_{\pm,n}^{(1)}$, $\Delta\Gamma_{\pm,n} \equiv \Gamma_{\pm,n}^{(1)}$, можно рассматривать как поправки к этим тривиальным значениям.



а)



б)

Рис. 6. Отношение лэмбовского сдвига состояний а) $|(+,n)\rangle$ и б) $|(-,n)\rangle$ к соответствующему тривиальному лэмбовскому сдвигу этих состояния

$$\eta = \frac{L_{+,n}^{(tr)} + \Delta L_{+,n}}{L_{+,n}^{(tr)}} \text{ как функция } \frac{\Delta}{\Gamma} \text{ при } h = \frac{\Omega}{\Gamma} = 100.$$

Приведенные на рис.4-6 результаты расчета отношения χ ширины и η сдвигов энергетических уровней «одетых» состояний показывают, что при определенных соотношениях $h = \frac{\Omega}{\Gamma}$ и $\frac{\Delta}{\Gamma}$ поправки становятся сопоставимыми с тривиальными. В принципе, они могут даже превысить тривиальные значения, но в этом случае становится неприменимым итерационный способ решения системы уравнений (36), (37). В этом случае мы должны решать эту систему уравнений точно. Вместе с тем, наши расчеты позволяют оценить роль КЭД поправок к лэмбовскому сдвигу и ширине энергетических уровней «одетых» состояний.

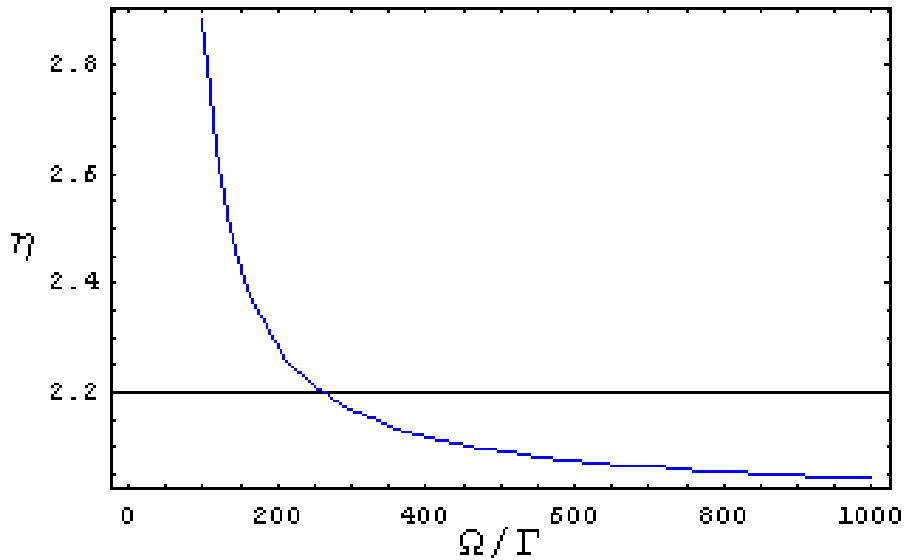


Рис. 7. Отношение лэмбовского сдвига состояния $|(+, n)\rangle$ к тривиальному

лэмбовскому сдвигу этого состояния $\eta = \frac{L_{+,n}^{(tr)} + \Delta L_{+,n}}{L_{+,n}^{(tr)}}$ как функция $h = \frac{\Omega}{\Gamma}$ при $\frac{\Delta}{\Gamma} = 17$.

С помощью выведенных нами уравнений (36), (37) мы показали, что атом водорода в поле лазерного излучения обнаруживает необычные свойства: в отличие от свободных атомов при определенных интенсивностях поля его взаимодействие с вакуумом становится эффективно сильным. Это находит свое отражение в том, что поправка к тривиальной ширине «одетых» состояний $\Gamma_{\pm,n}^{(tr)}$ может быть того же порядка, что и сама $\Gamma_{\pm,n}^{(tr)}$, и даже превосходить ее. Важность такого результата заключается в том, что в КО для описания скорости распада состояний используется именно это значение ширины и считается, что КЭД поправки, которые могли бы ее изменить, являются пренебрежимо малыми. Однако, как мы показали, при интенсивностях поля, при которых частота Раби становится сопоставимой со значениями лэмбовского сдвига основного состояния $1S_{1/2}$ атома водорода, за счет эффективно сильного взаимодействия атома с вакуумом ширина энергетических уровней и, соответственно, скорость распада «одетых» состояний может существенно изменяться. Это представляется особенно важным в связи с последними экспериментальными результатами по наблюдению резонансной флуоресценции искусственных одиночных атомов [21]. В этой работе было показано, что имеется существенная асимметрия между компонентами спектра резонансной флуоресценции, которая не может быть объяснена в рамках квантово-оптических подходах, в которых не учитывается влияние вакуумных мод.

Список литературы

1. Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика: Пер. с англ. / Под ред. В.В. Самарцева. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 512 с.
2. Jentschura U.D. et al. Lamb Shift of Dressed Atomic States // *Phys. Rev. Lett.* 2003. V. 91. P. 253601.
3. Jentschura U.D. and Keitel C.H. Radiative corrections in laser-dressed atoms: formalism and applications // *Ann. Phys.* 2004. V. 310. P.1.
4. Evers J., Jentschura U.D. and Keitel C.H. Relativistic and radiative corrections to the Mollow spectrum // *Phys. Rev. A.* 2004. V. 70. P. 062111.
5. Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A. Interaction of an atom subject to an intense laser field with its own radiation field and nonlocality of electromagnetic interaction // *Physica Scripta.* 2009. T. 135. P. 014012.
6. Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J. and Grynberg G. Atom-Photon Interaction. N.Y.: J. Wiley&Sons, 1998.
7. Mollow B. R. Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems // *Phys. Rev.* 1969. V. 188. P. 1969.
8. Schuda F., Stroud C. R., Jr, and Hercher M. J. Observation of the resonant Stark effect at optical frequencies // *J. Phys. B.* 1974. V. 7. P. L198.
9. Wu F. Y., Grove R. E., and Ezekiel S. Investigation of the Spectrum of Resonance Fluorescence Induced by a Monochromatic Field // *Phys. Rev. Lett.* 1975. V. 35. P. 1426.
10. Harting W., Rasmussen W., Schieder R., and Walther H. Study of the frequency distribution of the fluorescent light induced by monochromatic radiation // *Z. Phys. A.* 1976. V. 278. P. 205.
11. Carmichael H. J., Walls D. F. Proposal for the measurement of the resonant Stark effect by photon correlation techniques // *J. Phys. B.* 1976. V. 9, P. L43; Carmichael H. J., Walls D. F. A quantum-mechanical master equation treatment of the dynamical Stark effect // *J. Phys. B.* 1976. V. 9. P. 1199.
12. Kimble H. J., Mandel L. Theory of resonance fluorescence // *Phys. Rev. A.* 1976. V. 13. P. 2123.
13. Cohen-Tannoudji C. Atoms in strong resonant fields. In “Frontiers in Laser Spectroscopy”, eds. R. Balian, S. Haroche, S. Liberman – Amsterdam: North-Holland, 1977. PP. 1-104.

14. Kimble H. J., Dagenais M., Mandel L. Photon Antibunching in Resonance Fluorescence // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 691.
15. Kimble H. J., Dagenais M., Mandel L. Multiatom and transit-time effects on photon-correlation measurements in resonance fluorescence // Phys. Rev. A. 1978. V.18. P. 201.
16. Dagenais M., Mandel L. Investigation of two-time correlations in photon emissions from a single atom // Phys. Rev. A. 1978. V.18. P. 2217.
17. Schubert M., Siemers I., Blatt R., Neuhauser W., and Toschek, P. E. Transient internal dynamics of a multilevel ion // Phys. Rev. A. 1995. V. 52. P. 2994.
18. Diedrich F., Walther H. Nonclassical radiation of a single stored ion // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 203.
19. Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A., Scheid W. Effects of nonlocality in time of interactions of an atom with its surroundings on the broadening of spectral lines of atoms. // Phys. Lett. A. 2002. V. 306. P.1-9.
20. Gainutdinov R.Kh. Nonlocal interactions and quantum dynamics // J. Phys. A: Math.Gen. 1999. V. 32. P. 5657-5677.
21. Astafiev O. et al. Resonance Fluorescence of a Single Artificial Atom // Science. V. 327. P. 840-843.